2008.1.7

赤道座標系から地平座標系への変換式

小山智史

時角と赤緯で表す赤道座標系から方位角と高度で表す地平座標系に変換する際の式の導出方法をまとめた。多くの文献では球面三角形を用いて導出しているが、ここに示す方法が簡単である。

1　準備 (x-y 平面での回転)

X を反時計方向に θ 回転させた X' の座標を求めたい (図 1(a))。
X はふたつのベクトルの和で表される (図 1(b))。

$$X = \begin{pmatrix} x \\ y \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} x \\ 0 \end{pmatrix} + \begin{pmatrix} 0 \\ y \end{pmatrix}$$

それぞれのベクトルを θ 回転させ (図 1(c))、合成すると X' が得られる (図 1(d))。

$$X' = \begin{pmatrix} x\cos\theta \\ x\sin\theta \end{pmatrix} + \begin{pmatrix} -y\sin\theta \\ y\cos\theta \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} \cos\theta & -\sin\theta \\ \sin\theta & \cos\theta \end{pmatrix} \begin{pmatrix} x \\ y \end{pmatrix}$$

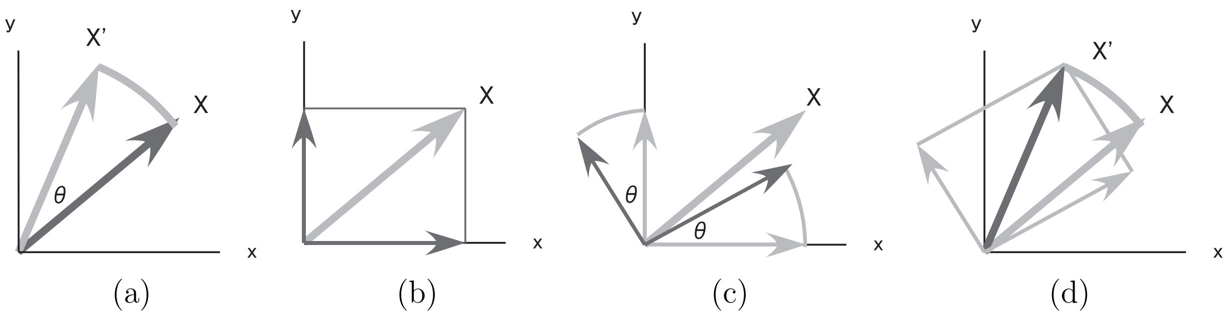


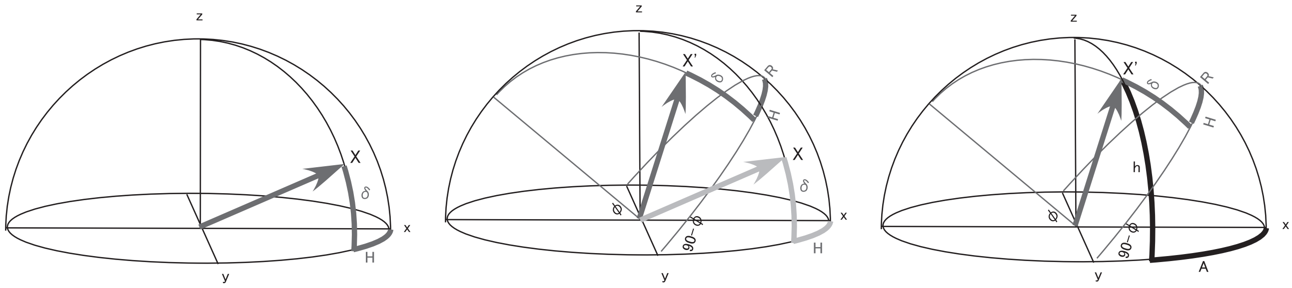
図 1: x-y 平面での回転

2　赤道座標系から地平座標系への変換

赤道座標系で (時角 H, 赤緯δ) の点 X' を地表座標系で (方位角 A, 高度 h) で表したい。
まず、図 1(a) のように X の座標を (H, δ) とし、これを $90° - \phi$ 回転し、この点 X' を (A, h) で表す。

(1) 図 2(a) で、$X(H, \delta)$ を直交座標系で表す。

$$X = \begin{pmatrix} x \\ y \\ z \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} \cos H \cos\delta \\ \sin H \cos\delta \\ \sin\delta \end{pmatrix}$$



(a) (b) (c)

図 2: 赤道座標系から地平座標系への変換

(2) X を θ 回転し、X' とする (図 2(b))。

$$X' = \begin{pmatrix} x' \\ y' \\ z' \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} \cos(90^\circ - \phi) & 0 & -\sin(90^\circ - \phi) \\ 0 & 1 & 0 \\ \sin(90^\circ - \phi) & 0 & \cos(90^\circ - \phi) \end{pmatrix} X$$

$$= \begin{pmatrix} \sin\phi & 0 & -\cos\phi \\ 0 & 1 & 0 \\ \cos\phi & 0 & \sin\phi \end{pmatrix} \begin{pmatrix} \cos H \cos\delta \\ \sin H \cos\delta \\ \sin\delta \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} \sin\phi\cos H\cos\delta - \cos\phi\sin\delta \\ \sin H\cos\delta \\ \cos\phi\cos H\cos\delta + \sin\phi\sin\delta \end{pmatrix}$$

(3) X' の座標を極座標 (A, h) で表す (図 2(c))

$$\sin h = z' = \cos\phi\cos H\cos\delta + \sin\phi\sin\delta$$

$$\tan A = \frac{y'}{x'} = \frac{\sin H\cos\delta}{\sin\phi\cos H\cos\delta - \cos\phi\sin\delta} = \frac{\cos\phi\sin H\cos\delta}{\sin\phi\sin h - \sin\delta}$$